

Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Matematică  
Varianta 28

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $(1 + i\sqrt{3})^2 + (1 - i\sqrt{3})^2$  este număr întreg.
- 5p 2. Se dă funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 3$ . Rezolvați inecuația  $3f(x) + 1 \geq 4$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2^{x+1} - 2^{x-1} = 12$ .
- 5p 4. Determinați termenul care nu conține pe  $x$  din dezvoltarea  $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6, x > 0$ .
- 5p 5. În triunghiul  $ABC$  avem  $AB = AC = 6$  și măsura unghiului  $A$  de  $30^\circ$ . Calculați aria triunghiului  $ABC$ .
- 5p 6. Calculați  $\overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC})$ , știind că  $A(1,1), B(2,3)$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -6 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .
- 5p a) Calculați determinantul matricei  $A^2$ .
- 5p b) Arătați că  $A^2 + 4A = O_2$ .
- 5p c) Determinați valorile  $x \in \mathbb{R}$  pentru care matricea  $A + xI_2$  este inversabilă în  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^4 - 6X^3 + 13X^2 + aX + b \in \mathbb{R}[X]$ .
- 5p a) Pentru  $a = b = 1$ , determinați câtul și restul împărțirii polinomului  $f$  la  $X + 1$ .
- 5p b) Determinați  $a, b \in \mathbb{R}$  astfel încât polinomul  $(X - 1)(X - 2)$  să dividă polinomul  $f$ .
- 5p c) Determinați  $a, b \in \mathbb{R}$  astfel încât polinomul  $f$  să admită două rădăcini duble.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - \sin x$ .
- 5p a) Arătați că funcția  $f$  este crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați punctele de inflexiune ale funcției  $f$ .
- 5p c) Pentru fiecare  $n \in \mathbb{N}$  ecuația  $f(x) = n$  are o singură soluție  $x_n$ . Arătați că șirul  $(x_n)_{n \geq 1}$  este nemărginit.
2. Se consideră funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ .
- 5p a) Determinați o primitivă a funcției  $f$  pe  $(0, \infty)$ .
- 5p b) Calculați  $\int_1^e F(x)f(x)dx$ , unde  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p c) Arătați că funcția  $F$  este convexă pe  $[1, \infty)$ , unde  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .

(10 puncte)