Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Derivabilitatea funcţiilor

1. Arătați că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\,,f(x)=\begin{cases}x^2+4x, x\geq -1\\ 2x-1\,,\ \ x<-1\end{cases}$ este derivabilă pe $\mathbb{R}$.

f este derivabilă pe intervale și $f_s{}'(-1)=f_d{}'(-1)\ \to\ f$ este derivabilă pe $\mathbb{R}$

2. Calculați derivata funcției $f:D\to\mathbb{R}\,,f(x)=(x^2-x)lnx$.

$x>0\ \to\ D=(0,\infty)\ \to\ f'(x)=(2x-1)\cdot lnx+(x^2-x)\cdot\dfrac{1}{x}$

3. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\,,f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$. Calculați $f'(2)$.

$\left(\dfrac{f}{g}\right)'=\dfrac{f'g-fg'}{g^2}\,,f(x)=x\,,f'(x)=1\,,g(x)=\sqrt{1+x^2}\,,g'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

$f'(x)=\dfrac{\sqrt{1+x^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}}{1+x^2}=\dfrac{1}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}\ \to\ f'(2)=\dfrac{1}{5\sqrt{5}}$

4. Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}\,,f(x)=x^2-\sqrt{x}$ în punctul de abscisă 1.

$f'(x)=2x-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\ \ \to\ \ f'(1)=\dfrac{3}{2}$

$y-f(1)=f'(1)(x-1)\ \ \to\ \ y=\dfrac{3}{2}(x-1)$

5. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\,,f(x)=(x^2+1)e^x$. Rezolvați ecuația $f'(x)=0$.

$f'(x)=2xe^x+(x^2+1)e^x=(x^2+2x+1)e^x$

$f'(x)=0\ \ \to\ \ x^2+2x+1=0\ \ \to\ \ x=-1\in\mathbb{R}$

6. Calculați derivata funcției $f:D\to\mathbb{R}\,,f(x)=\sqrt{\dfrac{x-3}{x+3}}$.

$x\in(-\infty,-3)\cup[3,\infty)$

$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{\dfrac{x-3}{x+3}}}\cdot\left(\dfrac{x-3}{x+3}\right)'$

7. Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției $f:(0,\pi)\to\mathbb{R}\,,f(x)=xsinx$, știind că tangenta este paralelă cu dreapta de ecuație $x-y+1=0$.

$x-y+1=0\ \ \to m=1\ \ \to\ f'(x_0)=1\ \to\ x_0=\dfrac{\pi}{2}$

$y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)\ \ \to\ \ y=x$