Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Parabola

Definiție

Parabola este locul geometric al punctelor egal depărtate de focarul F și de dreapta directoare d.

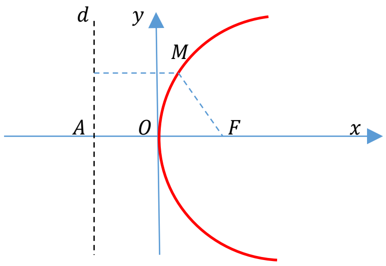
$P = \{M(x,y) \in \mathbb{R}^2 | \ d(M,F) = d(M,d)\}$

Ecuația canonică a parabolei

$P = \{M(x,y) \in \mathbb{R}^2 | \ y^2 = 2px \ , p \in \mathbb{R}_+^*\}$

Focarul parabolei este punctul de coordonate $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$.

dreapta directoare $d: x = -\frac{p}{2}$, $A\left(-\frac{p}{2}, 0\right) \in d$



Originea reperului cartezian $O(0,0)$ este vârful parabolei.

Ox este axă de simetrie.

Ecuațiile parametrice ale parabolei

$P: \begin{cases} x = \dfrac{t^2}{2p} \\ y = t \end{cases} , t \in \mathbb{R} \, , p \in \mathbb{R}_+^*$

Ecuații carteziene explicite

$y = \pm\sqrt{2px} \ , x \geq 0$

Tangenta la parabolă

Tangenta la parabolă în punctul $M_0(x_0, y_0) \in P$ se obține prin dedublarea ecuației parabolei.

Obținem ecuația tangentei:

$t: yy_0 = p(x + x_0)$

Aplicația 1. Determinați vârful, focarul și directoarea parabolei $P: y^2 = 8x$.

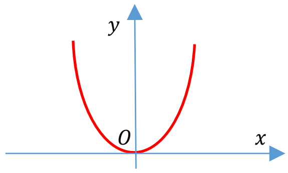
$O(0,0)$ este vârful parabolei.

$2p = 8 \ \rightarrow \ p = 4 \ \rightarrow \ F(2,0)$ și $d: x = -2$

Aplicația 2. Desenați parabola $P: x^2 = y$.

$P: x^2 = y \ \rightarrow \ y = x^2 \ \rightarrow$ vârful $O(0,0)$

$A(-1,1), B(1,1) \in P$



Aplicația 3. Scrieți ecuația tangentei în punctul $M(-1,2)$ la parabola $P: y^2 = -4x$.

$M(-1,2) \in P$

$t: 2y = -2(x-1) \rightarrow t: x + y - 1 = 0$

Problema 1. Desenați parabola $P: y^2 = -8x$.

Problema 2. Scrieți ecuația tangentei în punctul $M(12,-6)$ la parabola $P: y^2 = 3x$.

Problema 3. Fie parabola $P: y^2 - 6x = 0$.

$a)$Aflați coordonatele focarului și ecuația dreptei directoare.

$b)$Scrieți ecuația tangentei la parabola P paralelă cu dreapta de ecuație $x - 2y + 1 = 0$.