

### Funcția de gradul al doilea – idei de rezolvare

1. Determinați funcția de gradul al doilea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$ ,  $a, b, c \in \mathbb{R}$  dacă  $f(1) = 2$ ,  $f(0) = -1$  și  $f(3) = 4$ .

*Rezolvare*

$$\begin{cases} f(1) = 2 \\ f(0) = -1 \\ f(3) = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b + c = 2 \\ c = -1 \\ 9a + 3b + c = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ c = -1 \\ 9a + 3b = 5 \end{cases} \rightarrow \dots$$

2. Aflați minimul funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 4x + 3$ .

*Rezolvare*

Deoarece  $a = 1 > 0$ , funcția de gradul al doilea are un minim egal cu

$$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -1.$$

Obținem același rezultat dacă procedăm astfel  $f(x) = x^2 + 4x + 3 = x^2 + 4x + 4 - 1 = (x + 2)^2 - 1 \geq -1$ , de unde avem  $\min f = -1$ .

3. Aflați maximul funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x^2 + 4x + 3$ .

*Rezolvare*

$a = -1 < 0$ , funcția de gradul al doilea are un maxim egal cu  $-\frac{\Delta}{4a} = 7$

4. Aflați minimul funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 + 5x + 2$ .

*Rezolvare*

$a = 2 > 0$ , funcția de gradul al doilea are un minim egal cu  $-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{9}{8}$

5. Calculați suma pătratelor rădăcinilor ecuației  $x^2 + 4x + 3 = 0$ .

*Rezolvare*

Conform relațiilor lui Viète avem 
$$\begin{cases} S = -\frac{b}{a} = -\frac{4}{1} = -4 \\ P = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P = 16 - 6 = 10.$$

Putem proceda și altfel, ecuația  $x^2 + 4x + 3 = 0$  admite rădăcinile  $x_1 = -1$  și

$$x_2 = -3, \text{ iar } x_1^2 + x_2^2 = 1 + 9 = 10.$$

6. Calculați suma pătratelor rădăcinilor ecuației  $2x^2 + 7x + 10 = 0$ .

*Rezolvare*

Profesor Blaga Mirela-Gabriela

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P = \left(-\frac{7}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{10}{2} = \dots$$

7. Calculați  $x_1^2 + x_2^2 - x_1 - x_2$ , unde  $x_1, x_2$  sunt rădăcinile ecuației  $2x^2 + 5x + 2 = 0$ .

*Rezolvare*

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1 - x_2 = (-2)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2 + \frac{1}{2} = \dots$$

8. Aflați parametrul real  $a$  știind că 2 este rădăcina ecuației  $x^2 + ax - 6 = 0$ .

*Rezolvare*

$$2^2 + a \cdot 2 - 6 = 0 \rightarrow \dots$$

9. Rezolvați în mulțimea numerelor reale sistemul  $\begin{cases} x - y = 1 \\ y = x^2 + 4x + 1 \end{cases}$ .

*Rezolvare*

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = x^2 + 4x + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ x - 1 = x^2 + 4x + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ x^2 + 3x + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow \dots$$

10. Rezolvați în mulțimea numerelor reale sistemul  $\begin{cases} -x + y = 2 \\ 2x + x^2 = y \end{cases}$ .

*Rezolvare*

$$\begin{cases} y = 2 + x \\ 2x + x^2 = y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2 + x \\ 2x + x^2 = 2 + x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2 + x \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases} \rightarrow \dots$$