

Trigonometrie – 5 – idei de rezolvare

1. Aflați x , dacă $\left(\sin \frac{\pi}{7} - \cos x\right)^2 + \left(\cos \frac{\pi}{7} - \sin x\right)^2 = 2, x \in (0, \pi)$.

$$\begin{aligned} & \left(\sin \frac{\pi}{7} - \cos x\right)^2 + \left(\cos \frac{\pi}{7} - \sin x\right)^2 = \\ & = \sin^2 \frac{\pi}{7} - 2 \sin \frac{\pi}{7} \cos x + \cos^2 x + \cos^2 \frac{\pi}{7} - 2 \cos \frac{\pi}{7} \sin x + \sin^2 x = 2 - 2 \sin \left(\frac{\pi}{7} + x\right) \\ & 2 - 2 \sin \left(\frac{\pi}{7} + x\right) = 2 \rightarrow \dots \end{aligned}$$

2. Calculați $\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$.

$$\begin{aligned} \sin 2x &= 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \cdot \sin 2x \rightarrow \\ \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} &= \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{6} = \dots \end{aligned}$$

3. Aflați x , dacă $5 \sin x + \cos x = 6 \sin x, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

$$\sin x = \cos x \rightarrow x = \frac{\pi}{4} \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

4. Calculați $\sin(\pi - x) \cdot \sin x - \cos(\pi - x) \cdot \cos x, x \in \mathbb{R}$.

$$\cos(a + b) = \dots$$

5. Aflați $\sin 2x$, știind că $\sin x + \cos x = \frac{2}{3}, x \in \mathbb{R}$.

$$(\sin x + \cos x)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \rightarrow \dots$$

6. Calculați $tg(a + b)$, dacă $ctga = 4$ și $ctgb = 2, a, b \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

$$tga = \frac{1}{4} \text{ și } tgb = \frac{1}{2} \rightarrow tg(a + b) = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} = \dots$$

Profesor Blaga Mirela-Gabriela

7. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos 2x = \frac{1}{3}$, aflați $\sin x$.

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \rightarrow \dots$$

8. Calculați $\cos(a - b)$, știind că $\sin a + \sin b = \frac{1}{5}$ și $\cos a + \cos b = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $a, b \in \mathbb{R}$.

$$(\sin a + \sin b)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \text{ „+” } (\cos a + \cos b)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 \rightarrow \dots$$

9. Aflați $\sin 2x$, dacă $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 4$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = 4 \rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x = 4\sin x \cos x \rightarrow \dots$$

10. Calculați $\frac{\sin 150^\circ \cdot \cos 135^\circ \cdot \operatorname{ctg} 420^\circ}{\cos 330^\circ \cdot \operatorname{tg} 225^\circ}$.

$$\frac{\sin 30^\circ \cdot (-\cos 45^\circ) \cdot \operatorname{ctg} 60^\circ}{\cos 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 45^\circ} = \dots$$

11. Aflați $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$, dacă $\sin x = \frac{3}{5}$, $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} \rightarrow \dots$$

12. Calculați $\cos(a - b)$, știind că $\sin a = \frac{3}{5}$ și $\cos b = -\frac{12}{13}$, $a, b \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

$$\cos(a - b) = \cos a \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) + \frac{3}{5} \cdot \sin b = \dots$$

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1 \text{ și } \sin^2 b + \cos^2 b = 1$$