Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Asimptote. Continuitate. Derivabilitate. Aplicații – 4

1. Determinați domeniul maxim de definiție al funcției $f: D \to \mathbb{R}\,, f(x) = \dfrac{1}{x^2-1}$.

   $D = \mathbb{R}\backslash\{-1, 1\}$

2. Determinați asimptotele funcției $f: \mathbb{R}\backslash\{-2,2\} \to \mathbb{R}\,, f(x) = \dfrac{x}{x^2-4}$.

   $y = 0\,, x = -2\,, x = 2$

3. Fie funcția $f: \mathbb{R}\backslash\{1\} \to \mathbb{R}\,, f(x) = \dfrac{ax^2+bx+c}{x-1}\,, a, b, c \in \mathbb{R}$. Determinați a, b și c astfel încât $y = x + 1$ să fie ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f.

   $y = mx + n\,, m = a = 1\,, n = b + 1 = 1\,, b = 0\,, c \in \mathbb{R}$

4. Aflați numărul asimptotelor funcției $f: \mathbb{R}\backslash\{-2, -1, 0, 1, 2\} \to \mathbb{R}$,

   $f(x) = \dfrac{1}{x+2} + \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{1}{x-2}$. Justificați răspunsul.

   $y = 0\,, x = -2\,, x = -1, x = 0\,, x = 1\,, x = 2 \;\; \to \;\;$ 6 asimptote

5. Calculați $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\mathrm{tg}\left(\sqrt{x+3}-2\right)}{\sin(x^2-1)}$.

   $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\mathrm{tg}\left(\sqrt{x+3}-2\right)}{\sin(x^2-1)} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1} = \; \ldots$

6. Arătați că funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}\,, f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1, x \le 1 \\ 2x - 1, \quad\; x > 1 \end{cases}$ este continuă pe $\mathbb{R}$.

   f este continuă pe intervale și $f_s(1) = f(1) = f_d(1) \;\; \to \;\; f$ este continuă pe $\mathbb{R}$

7. Studiați continuitatea funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}\,, f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-x}{x^3-1}, & x < 1 \\ \dfrac{1}{3}, & x = 1 \\ \dfrac{\sin\,(x-1)}{x-1}, & x > 1 \end{cases}$.

   f este continuă pe intervale și $f_s(1) = f(1) \ne f_d(1) \;\; \to \;\; \ldots$

8. Determinați $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}\,, f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b, x \ge 2 \\ 2x - 1\,, \qquad x < 2 \end{cases}$ să fie derivabilă în punctul 2.

   f este continuă $\;\to\;\; 4 + 2a + b = 3$

   f este derivabilă $\;\to\;\; 4 + a = 2$

9. Fie funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}\,,f(x)=x(alnx+b)\,,a,b\in\mathbb{R}$. Determinați a și b astfel încât $f'(x)=lnx\,,\forall x\in(0,\infty)$.

   $f'(x)=alnx+b+x\cdot a\dfrac{1}{x}=\ ...$

   $a=1\in\mathbb{R}\,,a+b=0$

10. Calculați derivata funcției $f:D\to\mathbb{R}\,,f(x)=\dfrac{arcsinx}{\sqrt{1-x^2}}$.

    $1-x^2>0\quad\to\quad D=\ ...$

    $\left(\dfrac{f}{g}\right)'=\dfrac{f'g-fg'}{g^2}\,,f(x)=arcsinx\,,g(x)=\sqrt{1-x^2}$

11. Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}\,,f(x)=x^2-e^2lnx$ în punctul de abscisă e.

    $f'(x)=2x-e^2\cdot\dfrac{1}{x}\quad\to\quad f'(e)=\ ...$

    $y-f(e)=f'(e)(x-e)$

12. Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției f, în care tangenta la graficul funcției este paralelă cu axa Oy, $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\,,f(x)=x^4-4x+3$.

    $d\parallel Oy\quad\to\quad f'(x)=0$