Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Exerciții cu puncte de extrem

Determinați punctele de extrem ale funcțiilor:

1. $f: [-1, \infty) \to \mathbb{R}, f(x) = x + 1$

f continuă pe $[-1, \infty)$, f derivabilă $\to$ $f'(x) = 1 > 0$ $\to f$ strict crescătoare

$x \geq -1$ și f strict crescătoare $\to$ $f(x) \geq f(-1)$ $\to$ $(-1, f(-1))$ este punct de minim

x	-1						∞
$f'(x)$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	0	$\nearrow$					∞
	punct de minim						

2. $f: [-1, \infty) \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 + x + 1$

f continuă pe $[-1, \infty)$, f derivabilă $\to$ $f'(x) = 2x + 1$

$$\left.\begin{array}{l} f'(x) < 0 \to f \text{ strict descrescătoare } x \in \left(-1, -\frac{1}{2}\right) \\ f'(x) > 0 \to f \text{ strict crescătoare } x \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right) \end{array}\right\} \to x = -\frac{1}{2} \text{ punct de minim}$$

x	-1			$-\frac{1}{2}$						∞
$f'(x)$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$		$\frac{3}{4}$	$\nearrow$					∞
	punct de maxim			punct de minim						

3. $f: [-1, \infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} ln(3x^2 + 2x + 1), x \in [-1,0] \\ \sqrt{x \cdot |x^2 - 9|} \quad , x \in (0, \infty) \end{cases}$

f continuă pe $[-1, \infty)$, f derivabilă pe intervale

$$f(x) = \begin{cases} ln(3x^2 + 2x + 1) & , x \leq 0 \\ \sqrt{x \cdot (9 - x^2)} & , 0 < x < 3 \\ \sqrt{x \cdot (x^2 - 9)} & , x \geq 3 \end{cases}$$

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{6x+2}{3x^2+2x+1}\,, x<0\\ \dfrac{9-3x^2}{2\sqrt{x\cdot(9-x^2)}}\,, 0<x<3\\ \dfrac{3x^2-9}{2\sqrt{x\cdot(x^2-9)}}\,, x>3\end{cases} \rightarrow f'(x)=0 \rightarrow \begin{cases}x=-\dfrac{1}{3}\in(-1,0)\\ x=\sqrt{3}\in(0,3)\end{cases}$$

x	-1		$-\frac{1}{3}$		0		$\sqrt{3}$		3		∞
$f'(x)$		$-\ -\ -$	0	$+\ +$	$\boxed{2\|+\infty}$	$+\ +$	0	$-\ -$	$\boxed{-\infty\|+\infty}$	$+\ +\ +$	
$f(x)$	$ln2$	$\searrow$	$ln\frac{2}{3}$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\sqrt[4]{108}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	∞
	punct de maxim		punct de minim		punct unghiular		punct de maxim		punct de întoarcere punct de minim		

4. $f:[-1,\infty)\rightarrow\mathbb{R}\,, f(x)=|x|\sqrt{x+1}$

f continuă pe $[-1,\infty)$, f derivabilă pe intervale

$$f(x)=\begin{cases}-x\sqrt{x+1}\,, x\in[-1,0)\\ x\sqrt{x+1}\,, x\in[0,\infty)\end{cases}$$

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{-3x-2}{2\sqrt{x+1}}\,, x\in(-1,0)\\ \dfrac{3x+2}{2\sqrt{x+1}}\,, x\in(0,\infty)\end{cases} \rightarrow f'(x)=0\rightarrow x=-\frac{2}{3}\in(-1,0)$$

x	-1		$-\frac{2}{3}$		0		∞
$f'(x)$		$+\ +\ +$	0	$-\ -\ -\ -\ -$	$\boxed{-1\|\ 1}$	$+\ +\ +\ +\ +$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{2\sqrt{3}}{9}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	∞
	punct de minim		punct de maxim		punct de minim punct unghiular