Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Matrice. Determinanţi. Sisteme – 1

1. Rezolvați ecuația matriceală $AX = B$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$, $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

   $X = A^{-1}B$

2. Aflați aria triunghiului ABC, unde $A(-1, 2), B(2, 4)$ și $C(3, 1)$.

   $A_{\Delta ABC} = \dfrac{|\Delta|}{2}$

3. Rezolvați ecuația matriceală $XA = B$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 8 \end{pmatrix}$.

   $X = BA^{-1}$

4. Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât punctele $A(m, 2), B(2, 4)$ și $C(3, 1)$ să fie coliniare.

   $\Delta = 0 \leftrightarrow \begin{vmatrix} m & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$

5. Aflați matricea X , dacă $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

   $X = A^{-1}B$

6. Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul $\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + y + z = 1 \\ x + y + mz = 1 \end{cases}$ să aibă soluție unică.

   $detA \neq 0$

7. Aflați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul $\begin{cases} mx + y + z = 0 \\ x + my = 0 \\ mx + y = 0 \end{cases}$ să admită numai soluția nulă.

   $detA \neq 0$

8. Determinați $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul $\begin{cases} ax + y + z = -1 \\ x - y + z = 0 \\ x + y + az = b \end{cases}$ să fie compatibil nedeterminat.

$Proprietatea\ Kronecker - Capelli$
Sistemul liniar este compatibil $\Leftrightarrow rangA = rang\bar{A}$.

$Proprietatea\ Rouch$é
Sistemul liniar este compatibil $\Leftrightarrow$ toţi determinanţii caracteristici sunt nuli.
$detA = 0 \ \ \rightarrow \ \ ...$

9. Aflați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $A^{-1} = A^*$, unde A^* este adjuncta matricei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a+1 & 3 \\ 3a & 3 & 2 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$A^{-1} = A^* \quad \rightarrow \quad detA = 1 \ \ \rightarrow \ \ ...$