Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Matrice. Determinanți. Sisteme – 2

1. Rezolvați ecuația matriceală $AX = B$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

   $X = A^{-1}B$

2. Aflați aria triunghiului ABC, unde $A(1,2), B(2,4)$ și $C(3,-1)$.

   $$A_{\Delta ABC} = \frac{|\Delta|}{2}$$

3. Rezolvați ecuația matriceală $XA = B$, $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

   $X = BA^{-1}$

4. Scrieți ecuația dreptei determinată de punctele $B(2,4)$ și $C(3,-1)$.

   $$BC: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

5. Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât punctele $A(1,2), B(2,4)$ și $C(m,1)$ să fie coliniare.

   $$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ m & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

6. Aflați matricea X, dacă $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

   $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$

7. Determinați $n \in \mathbb{R}$ astfel încât matricea $N = \begin{pmatrix} 1 & n & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ n & n & 1 \end{pmatrix}$ să fie inversabilă.

   $detN \neq 0 \quad \rightarrow \quad ...$

8. Aflați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + (a+1)y = 0 \\ ax + 2y = 0 \end{cases}$ să admită numai soluția nulă.

Fie A matricea atașată sistemului omogen dat, atunci $detA \neq 0 \quad \rightarrow \; \ldots$

9. Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + my + z = 0 \\ x + y + mz = 1 \end{cases}$ să aibă soluție unică.

Fie A matricea atașată sistemului dat, atunci $detA \neq 0$ și sistemul are soluție unică.

$m \in \mathbb{R} \backslash \{1\}$