Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Matrice. Determinanţi. Sisteme – 3

1. Aflați inversa matricei $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 6 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

$detA = 33 \neq 0 \;\rightarrow\; \exists\, A^{-1} = \;\ldots$

2. Fie sistemul $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y - z = 1 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$ și A matricea atașată sistemului. Determinați A^{-1}.

$detA = -4 \neq 0 \;\rightarrow\; \exists\, A^{-1} = \dfrac{1}{detA} A^* \;\rightarrow\; \ldots$

3. Aflați inversa matricei $B = \begin{pmatrix} b & 4 \\ 1 & b \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

$b \in \mathbb{R} - \{-2, 2\} \;\rightarrow\; \exists\, B^{-1} = \;\ldots$

4. Determinați $m \in \mathbb{R}$ știind că sistemul $\begin{cases} -x + y + z = 0 \\ mx + y + z = m + 1 \\ x + my + 2z = 1 \end{cases}$ are soluția $(1, -1, 2)$.

$\begin{cases} -1 - 1 + 2 = 0 \\ m - 1 + 2 = m + 1 \\ 1 - m + 4 = 1 \end{cases}$

5. Aflați inversa matricei $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

$detM = 1 \neq 0 \;\rightarrow\; \exists\, M^{-1} = \dfrac{1}{detM} M^* \;\rightarrow\; M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

6. Rezolvați sistemul $\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$.

$detA = 4 \neq 0 \;\rightarrow$ sistem compatibil determinat ...

7. Determinați inversa matricei $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & c \\ c & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \end{pmatrix}$, $c \in \mathbb{R}$.

$c \in \mathbb{R}^* \rightarrow \exists\, C^{-1} = \frac{1}{c}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

8. Rezolvați sistemul $\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$, $a \in \mathbb{R}$.

$Caz\ I.$ $a \in \mathbb{R} - \{1\}$ $\rightarrow$ sistem compatibil determinat ...

$Caz\ II.$ $a = 1$ $\rightarrow$ sistem compatibil nedeterminat ...

9. Rezolvați sistemul $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ ax + by + cz = 1 \\ a^2x + b^2y + c^2z = 1 \end{cases}$, $a, b, c \in \mathbb{R} - \{0\}$, $a \neq b \neq c \neq a$.

Fie A matricea atașată sistemului și $detA = (c-a)(c-b)(b-a) \neq 0$, atunci ...