

Element absorbant

La algebră, în cadrul legilor de compoziție interne și a proprietăților asociate, întâlnim elementul absorbant (élément absorbant, absorbing element, elemento assorbente, 2022).

Fie legea de compoziție $*$: $G \times G \rightarrow G$.

a se numește element absorbant pentru legea „ $*$ ” dacă $x * a = a * x = a, \forall x \in G$.

Aplicația 1. Fie legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 3x - 3y + 12, x, y \in \mathbb{R}$.

a) Aflați elementul absorbant al legii „ $*$ ”.

b) Calculați $1 * 2 * 3 * 4 * \dots * 25$.

Rezolvare

a) Aflăm elementul absorbant al legii „ $*$ ”, pornind de la definiția $x * a = a * x = a, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$x * a = a \rightarrow xa - 3x - 3a + 12 = a \rightarrow xa - 3x - 4a + 12 = 0 \rightarrow$$

$$(a - 3)(x - 4) = 0, \forall x \in \mathbb{R} \rightarrow a - 3 = 0 \rightarrow a = 3 \in \mathbb{R}$$

$$\text{Verificăm dacă } a * x = a \rightarrow 3 * x = 3 \rightarrow 3x - 9 - 3x + 12 = 3 \rightarrow 3 = 3 (A)$$

Elementul absorbant este $a = 3$.

b) Pentru a calcula $1 * 2 * 3 * 4 * \dots * 25$, utilizăm asociativitatea și elementul absorbant:

$$\underbrace{1 * 2 * 3 * 4 * \dots * 25}_x = x * \underbrace{3 * y}_y = (x * 3) * y = 3 * y = 3 \rightarrow 1 * 2 * 3 * 4 * \dots * 25 = 3.$$

Aplicația 2. Fie legea de compoziție asociativă $x * y = xy + 4x + 4y + 12, x, y \in \mathbb{R}$.

a) Arătați că $x * y = (x + 4)(y + 4) - 4, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

b) Calculați $(-8) * (-7) * (-6) * \dots * 3 * 4$.

Rezolvare

$$a) x * y = (x + 4)(y + 4) - 4 \rightarrow xy + 4x + 4y + 12 = (x + 4)(y + 4) - 4 \rightarrow$$

$$xy + 4x + 4y + 12 = xy + 4x + 4y + 12 (A)$$

b) Din punctul a) deducem că $x * (-4) = -4 = (-4) * x, \forall x \in \mathbb{R}$, adică -4 este element absorbant pentru legea dată. Utilizăm asociativitatea legii și calculăm:

$$(-8) * (-7) * (-6) * \dots * 3 * 4 = \underbrace{(-8) * (-7) * (-6) * (-5)}_x * (-4) * \underbrace{(-3) * \dots * 3 * 4}_y =$$

$$= x * (-4) * y = -4. \text{ Rezultatul calculului } (-8) * (-7) * (-6) * \dots * 3 * 4 \text{ este } -4.$$

Surse

*** Élément absorbant (2022), https://fr.wikipedia.org/wiki/Élément_absorbant

*** Absorbing element (2022), http://en.wikipedia.org/wiki/Absorbing_element

*** Elemento assorbente (2022), https://it.wikipedia.org/wiki/Elemento_assorbente