

Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Funcții elementare

Funcții de bază

Clasa funcțiilor de bază \mathfrak{B} este formată din:

Funcția constantă	$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = c, c \in \mathbb{R}$
Funcția identică	$1_{\mathbb{R}}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, 1_{\mathbb{R}}(x) = x$
Funcția	$f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$
Funcția exponențială	$f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty), f(x) = a^x, a > 0, a \neq 1$
Funcția logaritmică	$f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_a x, a > 0, a \neq 1$
Funcțiile trigonometrice directe	
Funcțiile trigonometrice inverse	

Funcții elementare

Funcțiile elementare sunt funcții reale $f: A \rightarrow B, A, B \subseteq \mathbb{R}$ care se obțin din funcțiile de bază printr-un număr finit de operații de adunare, înmulțire și compunere (Catană, Săcuiu, Stănășilă, 1983). Clasa funcțiilor elementare se notează cu \mathcal{E} .

Clasa funcțiilor polinomiale este cea mai mică clasă de funcții reale conținând aplicația identică și funcția constantă. De exemplu, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x - 2$ se scrie cu ajutorul funcțiilor de bază astfel $f = 1_{\mathbb{R}}1_{\mathbb{R}} + 1_{\mathbb{R}} + 1_{\mathbb{R}} - 2$. La adunarea, înmulțirea și compunerea a două funcții polinomiale obținem tot funcții polinomiale. La inversare, însă, nu este adevărat. Exemplificăm: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^5$ este funcție polinomială bijectivă, iar inversa ei nu este funcție polinomială $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f^{-1}(x) = \sqrt[5]{x}$.

În concluzie, funcțiile elementare sunt funcțiile care se obțin adunând (scăzând), înmulțind (împărțind) și compunând funcțiile de bază \mathfrak{B} . Exemple de funcții elementare: funcția polinomială, funcția rațională, funcția putere, funcția radical, funcția exponențială, funcția logaritmică, funcțiile trigonometrice directe, funcțiile trigonometrice inverse, funcția valoare absolută (funcția modul $|x| = \sqrt{x^2}$), funcțiile hiperbolice.

Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Funcțiile ne-elementare (sau non-elementare sau speciale sau transcendente) sunt utilizate în diverse aplicații practice. Exemple: funcția Gauss (Faculty of Engineering – Kiel – Germany, 2022), funcția Gamma (Czech Technical University in Prague, 2022).

Exemple de funcții particulare remarcabile:

Funcția signum (semn)

Funcția parte întreagă

Funcția parte fracționară

Funcția lui Heaviside

Funcția lui Dirichlet

Bibliografie

Catană, A., Săcuiu, M., Stănășilă, O. (1983) *Metodica predării analizei matematice*, Editura Didactică și Pedagogică, București

*** Faculty of Engineering – Kiel – Germany (2022), *Important non-elementary functions: Gauss and Error function*, https://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/math_for_ms/

*** Czech Technical University in Prague (2022), *Gamma and Beta functions*, <https://math.fel.cvut.cz/mt/txttd/5/txe3da5h.htm>