

Profesor Blaga Mirela-Gabriela

MATEMATICĂ
Clasa a XI-a *M_mate-info*
Semestrul al II-lea

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- La toate problemele se cer rezolvări complete.
- Din oficiu se acordă 1 punct.

1. Fie funcția $f: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x - 1}{x - 1}$.

1p a) Calculați $f'(x), x \in (1, \infty)$.

1p b) Verificați dacă $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -1$.

1p c) Arătați că funcția f este strict descrescătoare pe intervalul $(1, \infty)$.

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x - x$.

1p a) Aflați ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției f .

1p b) Demonstrați că $f(x) \geq 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

1p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $(f(x) + x - 1)(1 - \ln x) \geq 0$.

3. Fie sistemul
$$\begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ x + ay + 2z = 1 \\ 3x + y - z = 3 \end{cases}, \text{ unde } a \in \mathbb{R}.$$

1p a) Determinați a astfel încât sistemul să aibă o singură soluție.

1p b) Studiați compatibilitatea sistemului.

1p c) Pentru $a = -2$, aflați minimul expresiei $x^2 + y^2 + z^2$.