

SUBIECTUL I

1. Calculați $\log_2 6 + \log_2 3 - \log_2 9$.
2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(f \circ g)(x) = 0$, unde $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$, $g(x) = 2x - 1$.
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1} = 3$.
4. Aflați probabilitatea ca alegând din mulțimea numerelor naturale de două cifre să aveți numere multiplu de 12.
5. Determinați raza cercului circumscris triunghiului ABC , unde $AB = 12$ și $C = \frac{\pi}{4}$.
6. Arătați că $\sin(a+b) - \sin(a-b) = 2\sin b \cdot \cos a$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$.

Rezolvare

1. $\log_2 \frac{6 \cdot 3}{9} = \log_2 2 = 1$
2. $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x - 1) = 2x - 1 + 3 = 2x + 2$
 $2x + 2 = 0 \rightarrow x = -1 \in \mathbb{R}$
3. $x \in [-1, \infty)$
 $x + 1 = 9 \rightarrow x = 8 \in [-1, \infty)$
4. Cazuri posibile: $\overline{ab} \rightarrow \begin{cases} a \text{ ia } 9 \text{ valori} \\ b \text{ ia } 10 \text{ valori} \end{cases} \rightarrow 9 \cdot 10 = 90$ de numere naturale de două cifre
Cazuri favorabile: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96 $\rightarrow 8$ numere $\rightarrow P = \frac{8}{90} = \frac{4}{45}$
5. $2R = \frac{AB}{\sin C} \rightarrow 2R = \frac{12}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \rightarrow 2R = 12\sqrt{2} \rightarrow R = 6\sqrt{2}$
6. $\sin(a+b) - \sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b - (\sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b) =$
 $= 2\sin b \cdot \cos a, \forall a, b \in \mathbb{R}$