Profesor Blaga Mirela-Gabriela

# TEOREMA DE EXISTENŢĂ A PRIMITIVELOR UNEI FUNCŢII CONTINUE

Pentru orice funcție continuă $f:[a,b]\to\mathbb{R}$, funcția $F:[a,b]\to\mathbb{R}$, $F(x)=\int_a^x f(t)\,dt$, $x\in[a,b]$

este o primitivă a funcției care se anulează în $a$, adică $F(a)=0$.

Aplicația 1 Calculați $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x \cos t\,dt}{x}$.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\int_0^x \cos t\,dt}{x}=\frac{0}{0}\overset{l'H}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\cos x}{1}=1$$

Aplicația 2 Calculați $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x^6}\int_0^{x^2} t\cdot \ln(t+1)\,dt$.

Considerăm funcția continuă $f(x)=x\cdot \ln(x+1)$, $x>0$ și $F$ o primitivă a sa.

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^6}\int_0^{x^2} t\cdot \ln(t+1)\,dt=\lim_{x\to 0}\frac{F(t)\Big|_0^{x^2}}{x^6}=\lim_{x\to 0}\frac{F(x^2)-F(0)}{x^6}=l'H=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{f(x^2)\cdot 2x}{6x^5}=\lim_{x\to 0}\frac{f(x^2)}{3x^4}=\lim_{x\to 0}\frac{x^2\cdot \ln(x^2+1)}{3x^4}=\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x^2+1)}{3x^2}=\frac{1}{3}$$

Aplicația 3 Calculați $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{\int_0^x \operatorname{arctg}^4 t\,dt}{\sqrt{1+x^2}}$.

Informații suplimentare găsiți la adresa:

https://ro.wikipedia.org/wiki/Teorema_fundamentală_a_calculului_integral