

SUBIECTUL I

1. Calculați $1 + z + z^2 + z^3 + z^4$, unde $z = 1 + i \in \mathbb{C}$.
2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - x$. Calculați $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(10)$.
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $C_x^1 + C_x^2 = 15$.
4. Câte numere formate din trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$?
5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 4), B(1, 1), C(3, -3)$. Calculați lungimea medianei duse din vârful A al triunghiului ABC .
6. Calculați aria triunghiului ABC , în care $AB = 4, BC = 6$ și $B = \frac{\pi}{3}$.

Rezolvare

1. $1 + z + z^2 + z^3 + z^4 = 1 + (1 + i) + 2i + 2i(1 + i) + (2i)^2 = -4 + 5i$
2. $f(1) + f(2) + \dots + f(10) = 3 \cdot 10 - (1 + 2 + 3 + \dots + 10) = 30 - 55 = -25$
3.
$$\frac{x!}{(x-1)!} + \frac{x!}{2!(x-2)!} = 15, x \geq 2, x \in \mathbb{N}$$
$$x + \frac{x(x-1)}{2} = 15$$
$$x(x+1) = 5 \cdot 6$$
$$x = 5 \geq 2$$
4. $A_5^3 - A_4^2 = 48$
5. $M(2, -1)$ este mijlocul segmentului BC .
Lungimea medianei duse din vârful A al triunghiului ABC este $AM = 5$.
$$M\left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2}\right), AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2}$$
6.
$$A = \frac{AB \cdot BC \cdot \sin B}{2} = 6\sqrt{3}$$